



**RELATÓRIO FINAL DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA**

**CAMPUS VOTUPORANGA**

**PÁGINA DE INTERNET PARA ESTUDO DO CÁLCULO  
NUMÉRICO**

**ALUNO: ISABELA CASSIA DOMINICAL PARRA**

**ORIENTADOR: GUSTAVO CABRELLI NIRSCHL**

**MODALIDADE DE IC: PIVICT**

**VIGENCIA: 15/05/2015 A 15/12/2015**

**DEZEMBRO DE 2015.**

## RESUMO

Existem vários programas de computador voltados para cálculos de engenharia civil que geralmente apresentam somente o resultado final ou alguns passos dos cálculos efetuados. Objetivando principalmente mostrar os cálculos internamente programados e a teoria envolvida, estão sendo desenvolvidos alguns programas online que auxiliarão no estudo de Cálculo Numérico aplicado à Engenharia Civil. Neste período de iniciação científica, foi desenvolvido o cálculo do cosseno de um ângulo recorrendo ao polinômio de McLaurin e a resolução de sistemas lineares por eliminação de Gauss, com pivoteamento parcial. Os programas foram disponibilizados no próprio site da instituição (Instituto Federal de São Paulo - Campus Votuporanga), sendo parte do NEV (Núcleo de Engenharia Virtual).

**Palavras-chave:** *Cálculo Numérico. Cosseno. Polinômio de McLaurin. Sistemas Lineares. Eliminação de Gauss.*

## **ABSTRACT**

There are several computer programs for engineering calculations often present only the final result or a few steps from the calculations. Aiming mainly show calculations internally programmed and the theory involved, they are being developed some online programs that will assist in Numerical Calculus study applied to Civil Engineering. In this research period, it was developed to calculate the cosine of an angle using the McLaurin polynomial and solving linear systems by Gaussian elimination with partial pivoting. The programs are available on other website itself (Federal Institute of São Paulo - Votuporanga Campus), being part of the NEV (Virtual Engineering Center).

**Keywords:** *Numerical Calculation. Cosine. Polynomial McLaurin. Linear systems. Gaussian elimination*

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO .....	1
APRESENTAÇÃO TEÓRICA.....	2
2.1 Cosseno Via Polinômio De Mclaurin.....	2
2.2 Sistemas Lineares Via Eliminação de Gauss.....	3
RESULTADOS.....	8
CONCLUSÕES.....	14
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	15
APÊNDICE 1: Códigos utilizados na programação.....	16
Código para o cálculo do Polinômio de McLaurin.....	16
Código para a resolução de Sistemas lineares via Gauss.....	19

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Link de acesso para os programas, na página do NEV.....	8
Figura 2: Interface para o cálculo do cosseno.....	9
Figura 3: Relatório em “pdf” gerado com o exemplo dos dados da Fig. 2.....	9
Figura 4: Interface para a resolução de sistemas Lineares.....	10
Figura 5: Exemplo de uma matriz 3x3 .....	10
Figura 6: Relatório em “pdf” gerado com o exemplo dos dados da Fig. 5. PARTE 1.....	11
Figura 7: Relatório em “pdf” gerado com o exemplo dos dados da Fig. 5. PARTE 2.....	12
Figura 8: Relatório em “pdf” gerado com o exemplo dos dados da Fig. 5. PARTE 3.....	12
Figura 9: Relatório em “pdf” gerado com o exemplo dos dados da Fig. 5. PARTE 4.....	13

## **LISTA DE ABREVIATURAS**

NEV: Núcleo de Engenharia Virtual

## LISTA DE SÍMBOLOS

$P$	Polinômio de McLaurin
$x$	Ângulo
$n$	Posição a qual pretende-se truncar
$E$	Erro
$a_{ij}$	Termo da matriz dos coeficientes
$b_i$	Termo da matriz independente
$m$	Fator da linha

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

Atualmente, com o avanço das tecnologias, não é mais preciso realizar cálculos enormes em folhas de papel, sendo possível utilizar programas de computador comerciais ou criar softwares de acordo com a necessidade. A maioria dos softwares apresenta alguns passos efetuados ou simplesmente mostra os resultados finais. Pode-se citar como exemplo o (FTOOL, 2015), programa de análise estrutural e o (TQS, 2015), sobre dimensionamento de concreto armado.

O NEV – Núcleo de Engenharia Virtual (<http://vtp.ifsp.edu.br/nev>) pretende elaborar softwares que apresentem todo o desenvolvimento dos cálculos até o resultado final, para auxiliar alunos, profissionais recém-formados e professores que quiserem utilizar os programas no ensino-aprendizado.

No caso deste relatório, será apresentado um software voltado para o cálculo numérico do cosseno, recorrendo ao polinômio de McLaurin e a resolução de Sistemas Lineares qualquer, pelo método de eliminação de Gauss, com pivoteamento parcial, conteúdo que podem ser encontrados em Quadros e Bortoli (2009).

A evolução tecnológica motivou a utilização da programação direta em páginas de internet, por meio da linguagem HTML/Javascript, que pode ser estudada em W3schools(2015).



## CAPÍTULO 2

### APRESENTAÇÃO TEÓRICA

Na engenharia, as situações físicas são transformadas, na maioria das vezes, em equações matemáticas para a resolução dos problemas. Os métodos analíticos de resolução nem sempre são capazes de solucionar as equações ou são de difícil implementação computacional. Por isso foram criados métodos numéricos de resolução.

#### 2.1 Cosseno Via Polinômio De Mclaurin

Conforme Quadros e Bortoli (2009), para se calcular numericamente o cosseno de um ângulo, de forma aproximada, pode-se recorrer à resolução do Polinômio de McLaurin “P(x)”, conforme a Eq.(1).

$$P(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n * \frac{x^{2n}}{(2n)!} \quad (1)$$

Em que:

x é o ângulo para o qual se pretender calcular o cosseno, em radianos; e

n é o número de termos que se pretende usar (truncamento).

Por se trucar o polinômio, há um erro de aproximação em relação ao cosseno exato, que diminui à medida que aumenta o número de termos. O Erro “E” pode ser obtido pela a fórmula dada a seguir:

$$E = \cos (x) - P(x) \quad (2)$$

Em que:

$\cos(x)$  é o valor exato calculado por meio de fórmula matemática direta (interna da linguagem).

## 2.2 Sistemas Lineares Via Eliminação de Gauss

A resolução de sistemas lineares pelo método da eliminação de Gauss consiste em construir, a partir de um sistema de equações lineares qualquer, um sistema triangular  $A'X = B'$  equivalente a  $AX=B$ , ou seja, ao sistema original, que pode ser resolvido por retro substituição. O processo é conhecido também como Escalonamento.

Citam, Quadros e Bortoli (2009), que as seguintes operações, quando aplicadas a um sistema linear, resultam num sistema equivalente:

1. Mudança de ordem de duas equações.
2. Multiplicação de uma equação por uma constante não nula.
3. Adição de um múltiplo de uma equação a outra equação.

Sendo assim, será reproduzida a seguir a resolução de um sistema de ordem 3 literal, sendo que o mesmo processo pode ser aplicado a sistemas de qualquer ordem. Seja o seguinte sistema:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

A partir do sistema, considera-se a matriz dos coeficientes  $a_{ij}$  aumentada contendo os termos independentes  $b_i$ :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{bmatrix}$$

O objetivo é obter um sistema triangular, ou seja, todos os elementos abaixo do elemento  $a_{ij}$ , sendo  $i=j$ , serão nulos, da forma genérica:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ 0 & a'_{22} & a'_{23} & b'_2 \\ 0 & 0 & a''_{33} & b''_3 \end{bmatrix}$$

O processo consiste em fazer uma combinação linear para zerar os elementos da primeira coluna abaixo do pivô (primeiro elemento não-nulo de cada linha;  $a_{11}$  na matriz abaixo), obtendo:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ 0 & a'_{22} & a'_{23} & b'_2 \\ 0 & a'_{32} & a'_{33} & b'_3 \end{bmatrix}$$

Uma combinação linear (considerando os critérios 1 a 3 dispostos no começo da explicação) que torna a nova matriz equivalente à matriz anterior é, para cada linha “i”, a partir da segunda, subtrair a primeira linha multiplicada pelo fator:

$$m_{i1} = \frac{a_{i1}}{a_{11}}$$

Sendo assim, os novos termos para o exemplo são dados por:

linha 2	linha 3
$a'_{22} = a_{22} - m_{21}a_{12}$	$a'_{32} = a_{32} - m_{31}a_{12}$
$a'_{23} = a_{23} - m_{21}a_{13}$	$a'_{33} = a_{33} - m_{31}a_{13}$
$b'_2 = b_2 - m_{21}b_1$	$b'_3 = b_3 - m_{31}b_1$

onde  $m_{21} = a_{21}/a_{11}$  e  $m_{31} = a_{31}/a_{11}$ .

Repete-se o processo para zerar os elementos inferiores à diagonal da segunda coluna, sendo que os elementos da matriz ficam:

linha 3

$$a''_{33} = a'_{33} - m_{32}a'_{23}$$

$$b''_3 = b'_3 - m_{32}b'_2$$

$$\text{onde } m_{32} = a'_{32}/a'_{22}.$$

Quadros e Bortoli (2009), lembram que o sistema final não pode ter elementos nulos na diagonal, ou seja, os elementos  $a_{11}$ ,  $a_{22}$ ,  $a_{33}$  etc. não podem ser nulos, o que resultaria num sistema sem solução por este método, pois, neste caso, não seria possível calcular os multiplicadores “m”. Este problema pode ser evitado pelo uso da estratégia de pivoteamento. Esta consiste em trocar linhas (ou colunas) de forma a ter sempre o pivô não-nulo. A técnica de pivoteamento parcial tem o seguinte esquema de escolha do pivô:

1º Pivô = elemento de maior valor absoluto na coluna 1;

2º Pivô = elemento de maior valor absoluto na coluna 2;

E assim sucessivamente.

A seguir apresenta-se um exemplo numérico com pivoteamento parcial:

$$\begin{cases} 2x - 4y + 7z = 3 \\ 9x - 3z = 3 \\ 4x - 8y + 5z = -4 \end{cases}$$

A matriz aumentada para este sistema é:

$$\begin{bmatrix} 2 & -4 & 7 & 3 \\ 9 & 0 & 3 & -4 \\ 4 & -8 & 5 & -4 \end{bmatrix}$$

Fazendo-se o pivoteamento parcial, ou seja, colocando a linha com o maior pivô como a primeira:

$$\begin{bmatrix} 9 & 0 & 3 & -4 \\ 2 & -4 & 7 & 3 \\ 4 & -8 & 5 & -4 \end{bmatrix}$$

Fazendo uma operação para zerar os termos abaixo da linha do pivô, conforme explicado anteriormente:

$$m_{21} = a_{21}/a_{11} = 2/9 = 0,222$$

$$m_{31} = a_{31}/a_{11} = 4/9 = 0,444$$

$$a'_{21} = 0$$

$$a'_{22} = a_{22} - m_{21} \cdot a_{12} = (-4) - 0,222 \cdot 0 = -4$$

$$a'_{23} = a_{23} - m_{21} \cdot a_{13} = 7 - 0,222 \cdot (-3) = 7,666$$

$$b'_2 = b_2 - m_{21} \cdot b_1 = 3 - 0,222 \cdot 3 = 2,334$$

$$a'_{31} = 0$$

$$a'_{32} = a_{32} - m_{31} \cdot a_{12} = (-8) - 0,444 \cdot 0 = -8$$

$$a'_{33} = a_{33} - m_{31} \cdot a_{13} = 5 - 0,444 \cdot (-3) = 6,332$$

$$b'_3 = b_3 - m_{31} \cdot b_1 = (-4) - 0,444 \cdot 3 = -5,332$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 0 & 3 & -4 \\ 0 & -4 & 7,666 & 2,334 \\ 0 & -8 & 6,332 & -5,332 \end{bmatrix}$$

Fazendo-se novamente o pivoteamento parcial, ou seja, colocando a linha com o maior pivô (em módulo) como a próxima linha de resolução:

$$\begin{bmatrix} 9 & 0 & 3 & -4 \\ 0 & -8 & 6,332 & -5,332 \\ 0 & -4 & 7,666 & 2,334 \end{bmatrix}$$

Para o segundo pivô:

$$m_{32} = a_{32}/a_{22} = -4/-8 = 0,5$$

$$a'_{31} = 0$$

$$a'_{32} = 0$$

$$a'_{33} = a_{33} - m_{32} \cdot a_{23} = 7,666 - 0,5 \cdot 6,332 = 4,5$$

$$b'_3 = b_3 - m_{32} \cdot b_2 = 2,334 - 0,5 \cdot (-5,332) = 5$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 0 & 3 & -4 \\ 0 & -8 & 6,332 & -5,332 \\ 0 & 0 & 4,5 & 5 \end{bmatrix}$$

E, finalmente, resolvendo o sistema triangular superior:

$$z = a_{33}/b_3 = 4,5/5 = 1,111$$

$$y = b2 + (a23*z)/a22 = -5,332 + (6,332*1,111)/-8 = 1,5462$$

$$x = b1 + ((a13*z)+(a12*y))/a11 = -4 + ((3*1,111)+(0*1,5462))/9 = 0,7037$$

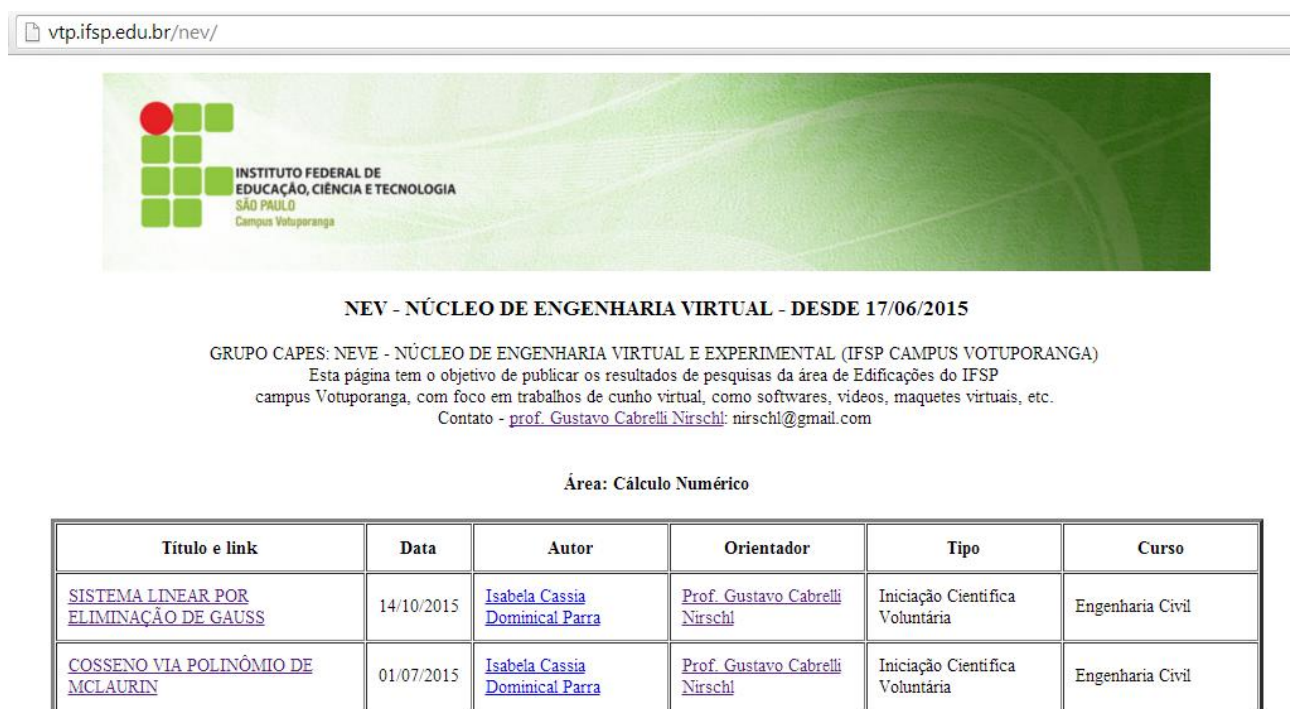
Portanto,

$$x = 0,7037; y = 1,5462; z = 1,1111$$

## CAPÍTULO 3

### RESULTADOS

Na página do NEV na internet já se encontra o cálculo do cosseno de um ângulo por meio do polinômio de McLaurin e a resolução de sistemas lineares eliminação de Gauss, com pivoteamento parcial. O acesso é em <http://vtp.ifsp.edu.br/nev/>, no link apresentado na Fig. 1 a seguir:



vtp.ifsp.edu.br/nev/

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA**  
SÃO PAULO  
Campus Votuporanga

**NEV - NÚCLEO DE ENGENHARIA VIRTUAL - DESDE 17/06/2015**

GRUPO CAPES: NEVE - NÚCLEO DE ENGENHARIA VIRTUAL E EXPERIMENTAL (IFSP CAMPUS VOTUPORANGA)  
Esta página tem o objetivo de publicar os resultados de pesquisas da área de Edificações do IFSP campus Votuporanga, com foco em trabalhos de cunho virtual, como softwares, vídeos, maquetes virtuais, etc.  
Contato - [prof. Gustavo Cabrelli Nirschl](mailto:nirschl@gmail.com): nirschl@gmail.com

Área: Cálculo Numérico

Título e link	Data	Autor	Orientador	Tipo	Curso
<a href="#">SISTEMA LINEAR POR ELIMINAÇÃO DE GAUSS</a>	14/10/2015	<a href="#">Isabela Cassia Dominical Parra</a>	<a href="#">Prof. Gustavo Cabrelli Nirschl</a>	Iniciação Científica Voluntária	Engenharia Civil
<a href="#">COSSENO VIA POLINÔMIO DE MCLAURIN</a>	01/07/2015	<a href="#">Isabela Cassia Dominical Parra</a>	<a href="#">Prof. Gustavo Cabrelli Nirschl</a>	Iniciação Científica Voluntária	Engenharia Civil

Figura 1: Link de acesso para os programas, na página do NEV.

Escolhido acessar o cálculo do Cosseno Via Polinômio de McLaurin, e clicado no link, aparece a página mostrada na Fig. 2 a seguir, já com um resultado de exemplo:

← → ↻ 🏠 vtp.ifsp.edu.br/nev/Cosseno/cosseno.html

Título	Data	Autor	Orientador	Tipo	Curso
Cosseno por meio do Polinômio de McLaurin	01/07/2015	Isabela Cassia Dominical Parra	Prof. Gustavo Cabrelli Nirschl	Iniciação Científica Voluntária	Engenharia Civil

Ângulo x (graus decimais):

Número de termos do Polinômio de McLaurin (quanto maior, mais preciso):

cos(x) exato = 0.8660254037844387

cos(x) pelo polinômio de McLaurin = 0.8660254042103523

Erro = -4e-10

Figura 2: Interface para o cálculo do cosseno.

Pode-se observar que o ângulo é digitado em graus e não em radianos, sendo que a transformação é feita internamente pelo programa. Como principal objetivo das pesquisas do NEV, é possível gerar um relatório detalhado em “pdf”, numa nova guia, mostrado no exemplo da Fig. 3 seguir:

Cosseno de Ângulo × data:application/pdf;base64 ×

**Título:** Cosseno por meio do Polinômio de McLaurin  
**Data:** 01/07/2015  
**Autor:** Isabela Cassia Dominical Parra  
**Orientador:** Prof. Gustavo Cabrelli Nirschl  
**Tipo:** Iniciação Científica Voluntária  
**Curso:** Engenharia Civil

Ângulo x (graus) = 30  
 Ângulo x (radianos) = 0.5235987755982988  
**Cos(x) exato = 0.8660254037844387**

Polinômio de McLaurin:  

$$P(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$$

Número de termos = 5

Termo 0 =  $((-1)^0) \cdot (0.5235987755982988^0) / (2 \cdot 0)! = 1.0$   
 Termo 1 =  $((-1)^1) \cdot (0.5235987755982988^2) / (2 \cdot 1)! = -0.14$   
 Termo 2 =  $((-1)^2) \cdot (0.5235987755982988^4) / (2 \cdot 2)! = 0.0031$   
 Termo 3 =  $((-1)^3) \cdot (0.5235987755982988^6) / (2 \cdot 3)! = -0.000029$   
 Termo 4 =  $((-1)^4) \cdot (0.5235987755982988^8) / (2 \cdot 4)! = 1.4e-7$

**Somatório dos termos = cos(x) aproximado = P(x) = 0.8660254042103523**

Erro = -4e-10


REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

QUADROS, Régis S. de; BORTOLI, Álvaro L. de. Fundamentos de Cálculo Numérico para Engenheiros. Porto Alegre, 2009. Disponível em < <http://www.inf.ufrgs.br/~rflupchinski/files/20112/NUMERICO/numerico-bortoli.pdf> >. Acesso em outubro de 2014.

Figura 3: Relatório em “pdf” gerado com o exemplo dos dados da Fig. 2.



Acessando o link para a resolução se Sistemas Lineares por Eliminação de Gauss, aparecerá a página mostrada a seguir, na Fig. 4:



[VOLTAR À PÁGINA PRINCIPAL DO NEV](#)

Título	Data	Autor	Orientador	Tipo	Curso
SISTEMAS LINEARES POR ELIMINAÇÃO DE GAUSS	00/00/2015	<a href="#">Isabela Cassia Dominical Parra</a>	<a href="#">Prof. Gustavo Cabrelli Nirschi</a>	Iniciação Científica Voluntária	Engenharia Civil

SISTEMA LINEAR POR ELIMINAÇÃO DE GAUSS

Abaixo segue um exemplo de como o sistema linear deverá ser montado na matriz

$$\begin{cases} 2x - 4y + 7z = 3 \\ 9x - 3z = 3 \\ 4x - 8y + 5z = -4 \end{cases} \quad \text{Equivalente a} \quad \begin{array}{ccc|c} 2 & -4 & 7 & 3 \\ 9 & 0 & -3 & 3 \\ 4 & -8 & 5 & -4 \end{array}$$

Ordem do sistema (n):

OU  Nenhum arquivo selecionado

Figura 4: Interface para a resolução de sistemas Lineares.

Para resolver um sistema linear, o primeiro passo é determinar a ordem do sistema e clicar em gerar para que apareça a matriz a ser preenchida. Abaixo, na Fig. 5, segue o exemplo de uma matriz 3x3, a mesma apresentada na Apresentação Teórica. Clicando-se no botão CALCULAR aparece:

Ordem do sistema (n):

OU  Nenhum arquivo selecionado

Obs: Matriz COMPLETA (a última coluna contém os termos independentes, os valores após a igualdade).

<input type="text" value="2"/>	<input type="text" value="-4"/>	<input type="text" value="7"/>	<input type="text" value="3"/>
<input type="text" value="9"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="-3"/>	<input type="text" value="3"/>
<input type="text" value="4"/>	<input type="text" value="-8"/>	<input type="text" value="5"/>	<input type="text" value="-4"/>

Matriz triangular equivalente:

<input type="text" value="9"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="-3"/>	<input type="text" value="3"/>
<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="-8"/>	<input type="text" value="6,333333333333333"/>	<input type="text" value="-5,333333333333333"/>
<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="4,5"/>	<input type="text" value="5"/>

$x_1 = 0,7037$   
 $x_2 = 1,5463$   
 $x_3 = 1,1111$

Figura 5: Exemplo de uma matriz 3x3.

Outra alternativa para a entrada dos dados da matriz é escolher um arquivo TXT, que contenha a matriz que se deseja resolver. No botão “EXEMPLO DE TXT”, que pode ser visto na Fig. 5, contém um exemplo de como a matriz deve ser declarada no arquivo para que o programa possa ler.

Para visualizar o relatório de cálculos, o maior propósito deste trabalho, é preciso clicar no botão “Gerar Relatório”. Então o pdf é gerado, contendo toda a resolução do sistema, passo a passo, até chegar na solução ( $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$ , no caso do exemplo anterior). Na Fig. 6, Fig. 7, Fig. 8 e Fig. 9, está o relatório pdf gerado para o exemplo anterior.

NEV: Núcleo de Engenharia Virtual  
Título: Sistemas Lineares por Eliminação de Gauss  
Data: 00/00/2015  
Autor: Isabela Cassia Dominical Parra  
Orientador: Prof. Gustavo Cabrelli Nirschl  
Tipo: Iniciação Científica Voluntária  
Curso: Engenharia Civil

INSTITUTO FEDERAL DE  
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
SÃO PAULO  
Campus Voluparanga

A matriz segue o modelo abaixo

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} & b_n \end{bmatrix}$$

Ordem da Matriz =3

Matriz Completa:

2.0000	-4.0000	7.0000	3.0000
9.0000	0.0000	-3.0000	3.0000
4.0000	-8.0000	5.0000	-4.0000

Para resolução do sistema linear via Gauss, modifica-se a matriz completa de tal forma que esta forme um sistema triangular superior (toda zerada à esquerda da diagonal principal). É usado neste software a técnica do pivotamento parcial, que consiste em trocar linhas (ou colunas) de forma a ter sempre o pivô não-nulo. Segundo o seguinte esquema de escolha do pivô:  
1º Pivô = elemento de maior valor absoluto na coluna 1;  
2º Pivô = elemento de maior valor absoluto na coluna 2;  
E assim sucessivamente.

Figura 6: Relatório em “pdf” gerado com o exemplo dos dados da Fig. 5. PARTE 1.

Abaixo segue a resolução:

O Pivô, em valor absoluto, é 9.0000

9.0000	0.0000	-3.0000	3.0000
2.0000	-4.0000	7.0000	3.0000
4.0000	-8.0000	5.0000	-4.0000

$$\begin{aligned}m[2,1] &= a[2,1]/a[1,1] = 2.0000/9.0000 = 0.2222 \\ a'[2,1] &= a[2,1] - m[2,1]*a[1,1] = 2.0000 - (0.2222)*(9.0000) = 0.0000 \\ a'[2,2] &= a[2,2] - m[2,1]*a[1,2] = -4.0000 - (0.2222)*(-4.0000) = -4.0000 \\ a'[2,3] &= a[2,3] - m[2,1]*a[1,3] = 7.0000 - (0.2222)*(7.6667) = 7.6667 \\ b'[2] &= b[2] - m[2,1]*b[1] = 3.0000 - (0.2222)*(2.3333) = 2.3333\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}m[3,1] &= a[3,1]/a[1,1] = 4.0000/9.0000 = 0.4444 \\ a'[3,1] &= a[3,1] - m[3,1]*a[1,1] = 4.0000 - (0.4444)*(9.0000) = 0.0000 \\ a'[3,2] &= a[3,2] - m[3,1]*a[1,2] = -8.0000 - (0.4444)*(-8.0000) = -8.0000 \\ a'[3,3] &= a[3,3] - m[3,1]*a[1,3] = 5.0000 - (0.4444)*(7.6667) = 6.3333 \\ b'[3] &= b[3] - m[3,1]*b[1] = -4.0000 - (0.4444)*(2.3333) = -5.3333\end{aligned}$$

Figura 7: Relatório em “pdf” gerado com o exemplo dos dados da Fig. 5. PARTE 2.

O Pivô, em valor absoluto, é 8.0000

9.0000	0.0000	-3.0000	3.0000
0.0000	-8.0000	6.3333	-5.3333
0.0000	-4.0000	7.6667	2.3333

$$\begin{aligned}m[3,2] &= a[3,2]/a[2,2] = -4.0000/-8.0000 = 0.5000 \\ a'[3,1] &= a[3,1] - m[3,2]*a[2,1] = 0.0000 - (0.5000)*(0.0000) = 0.0000 \\ a'[3,2] &= a[3,2] - m[3,2]*a[2,2] = -4.0000 - (0.5000)*(-8.0000) = 0.0000 \\ a'[3,3] &= a[3,3] - m[3,2]*a[2,3] = 7.6667 - (0.5000)*(7.6667) = 4.5000 \\ b'[3] &= b[3] - m[3,2]*b[2] = 2.3333 - (0.5000)*(5.0000) = 5.0000\end{aligned}$$

Matriz Triangular Equivalente:

9.0000	0.0000	-3.0000	3.0000
0.0000	-8.0000	6.3333	-5.3333
0.0000	0.0000	4.5000	5.0000

Com o triângulo superior formado pode se encontrar os valores de x:

$$\begin{aligned}x_3 &= (b[3]/a'[3,3]) = 5.0000/4.5000 = 1.1111 \\ \text{soma} &= 0 \\ \text{soma} &= \text{soma} + a[2,3]*x_3 = 0.0000 + 6.3333*1.1111 = 7.0370 \\ x_2 &= (b'[2] - (\text{soma}))/a'[2,2] = (-5.3333 - (7.0370))/(-8.0000) = 1.5463 \\ \text{soma} &= 0 \\ \text{soma} &= \text{soma} + a[1,2]*x_2 = 0.0000 + 0.0000*1.5463 = 0.0000 \\ \text{soma} &= \text{soma} + a[1,3]*x_3 = 0.0000 + 3.0000*1.1111 = 3.3333 \\ x_1 &= (b'[1] - (\text{soma}))/a'[1,1] = (3.0000 - (3.3333))/9.0000 = 0.7037\end{aligned}$$

Figura 8: Relatório em “pdf” gerado com o exemplo dos dados da Fig. 5. PARTE 3.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

QUADROS, Régis S. de; BORTOLI, Álvaro L. de. Fundamentos de Cálculo Numérico para Engenheiros. Porto Alegre, 2009. Disponível em < <http://www.inf.ufrgs.br/~rlflupchinski/files/20112/NUMERICO/numerico-bortoli.pdf> >. Acesso em outubro de 2014.

Figura 9: Relatório em “pdf” gerado com o exemplo dos dados da Fig. 5. PARTE 4.

## **CAPÍTULO 4**

### **CONCLUSÕES**

O avanço das tecnologias está levando os profissionais da engenharia a simplesmente usar os softwares, “apertando botões” e não se atentando (e, muitas vezes, não entendendo) aos cálculos internamente realizados. Justamente para auxiliar o entendimento da resolução dos problemas é que foi criado o NEV. O meio on-line foi escolhido para propiciar praticidade e ausência de custos aos estudantes e profissionais. Esses primeiros resultados aqui apresentados demonstram a possibilidade real da criação de muitos outros aplicativos que auxiliarão nos estudos de engenharia.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

FTOOL. Ftool para Windows, versão 3.00. PUC-Rio, 2012. Disponível em <<http://www.tecgraf.puc-rio.br/ftool/>>. Acesso em 29 de junho de 2015.

QUADROS, Régis S. de; BORTOLI, Álvaro L. de. **Fundamentos de Cálculo Numérico para Engenheiros**. Porto Alegre, 2009. 265p.

TQS. TQS Online, versão 18. [S.l.]: TQS Informática, 2015. Disponível em <<http://www.tqs.com.br/>>. Acesso em: 10 de junho de 2015.

W3SCHOOLS. W3schools Online. [S.l.]. Disponível em <<http://www.w3schools.com>>. Acesso em 05 de maio de 2015.

# APÊNDICE 1: Códigos utilizados na programação

Para que se possa entender a criação do software citado anteriormente, segue o código em linguagem HTML/Javascript utilizado. O código é dividido em duas partes: a primeira apresenta o corpo da página (HTML), e a segunda traz as funções Javascript.

## Código para o cálculo do Polinômio de McLaurin

### Arquivo.html

```
<!DOCTYPEhtml>
<html>
<metahttp-equiv="Content-Type" content="text/html;charset=utf-8" /><!--
- PARA CORRETA ACENTUAÇÃO -->
<title>Cosseno de Ângulo</title>
<scriptsrc='../Comuns/pdfmake.min.js'></script>
<scriptsrc='../Comuns/vfs_fonts.js'></script>
<scriptsrc='funcoes-cosseno.js'></script>
<body>
<blockquote><blockquote><!-- 2 tabs -->
<form>
<br><br>
Ângulo x (graus decimais):<br>
<inputtype="number" id="angulo" value="30"><br><br>
Número de termos do Polinômio de McLaurin (quanto maior, mais
preciso):<br>
<inputtype="number" id="nvezes" value="5">
<br><br>
</form>
<buttononclick="fcos()">CALCULAR</button>
<br><br>
<style>ins{text-decoration:none;}</style>
cos(x) exato = <ins id="dcos"></ins>
<br><br>
<style>ins{text-decoration:none;}</style>
cos(x) pelo polinômio de McLaurin = <ins id="demo"></ins>
<br><br>
<style>ins{text-decoration:none;}</style>
Erro = <ins id="derro"></ins>
<br><br>
<buttononclick="fpdf()">GERAR RELATÓRIO</button>
</blockquote></blockquote>
</body>
</html>
```

### Arquivo funcoes-cosseno.js

```
functionfcos() { // resolve o cos(x) //
    ang = document.getElementById("angulo").value;

    //COSSENO EXATO
    angr=(ang/180)*(Math.PI) //conversão para radianos
    cos=Math.cos(angr)
    document.getElementById("dcos").innerHTML = cos;

    //POLINÔMIO DE MCLAURIN
    n = document.getElementById("nvezes").value;
    n=n-1; //para considerar o zero
    angr=(ang/180)*(Math.PI) //conversão para radianos
    termo=[]; //variável com cada termo do polinômio
    imp=""; //variável com a impressão de todos os termos do
    polinômio
    m=0;
    for (i = 0; i <= n; i++) {
        termo[i]=((Math.pow(-
    1,i))*(Math.pow(angr,2*i))/(fatorial(2*i))); //variável com o termo "i"
    do polinômio
    m=m+termo[i];
        imp=imp+"\r\nTermo      '+i+'      =      ((-
    1)^(+i+))*('+angr+'^(+2*i+))/(2*(+i+))! = \r\n'+termo[i].toPrecision(2);
    }
    document.getElementById("demo").innerHTML = m;
    erro=(cos-m)
    document.getElementById("derro").innerHTML      =
    erro.toPrecision(1); //imprime com 1 algarismo significativo
}

function fatorial(num){ // função fatorial
if(num>20) {
    document.getElementById("demo").innerHTML
= "limite do fatorial atingido";
    document.getElementById("derro").innerHTML
= "limite do fatorial atingido";
    alert("limite do fatorial atingido");
    exit; }
if(num > 1)
return num * arguments.callee(num - 1);
```





```

OX7X+mWcVvbfDfCm3t7dBHFFF8LCiRiowFUC/wAAAABXBfHn9g
L9sD49+H5u1T9sjT/Cnh27jMOpQ+F/h9b6bcTwkjeFumuHmiJXI3I69T
XbWn7WfxY 1n9n/AOH+v+H9Pvtc1DWrW4k1KWw8CNrgBWT9zvC6
nYiFzEVLKA437h8u3FZ3iL4p/EX4neD/AApL480rUNN0Oz+IOjrQ66h
4PPh+CSwZZ+ZEbUb4Sxi6+y5JMYU7cg5yN1TcqnJK29td7IP9R25HZ
ee3km/0PrT wZ8PtF8HfDbS/C+n2kLaBpunxad28n71Ht0jCKrZzvyo5Jz
nJz1rcRBEgVQFVRgADgCvD/2CUvE+Gni3chj0l+ONdPh1QCI/wCzfr
+V5Q6eVu8zZj5dm3HGK9xqHJy999bP71fXz7k+zVNunHaLa+52+7TQ
KhvtPg1S38q5ghultwbZKgdccgg4PGQQCPcVNRSaK8h/b3huZf2O/H7
W0wg+z6Wbm5cruAtY3WS4BHcGFZB+NevVFfWUOp2U1tcRjNb3C
NFLG65WRWGCpHcEGoqR5oOPcunLlcpoelftrf
tVeEP2VPgtpPjLWNHvdme6jg8Piw8PXetPbXEsTBZ9lpFLLHGszYs6
mblRywB+X/h9oHhn45fCz4cWnw9k+It5J49+KU2o+KPEpaTqHhy8v3
SM32pXXITRxy28ciwQ2kfAHIHj1J+Yn71+GXgKP4YeDLTQra8u7yx
00GGy+0kM9vbj/Vw7sZYuFBOWwoySea3605Yc7k1fVNfp2e9721tb
p2Rla8Un2a+bTV19+nz7s+a/2CbtK+LxxqiGn6hpFg3jOeLT9MkilSDTrS
0ggsEcb+N1y9tLcDZwUdWPLZNx4Iw2enf8ABNDW5PFC6gNDuLPx
FeSi0UNRuG06a+vZYmihDPLut3QoiAkgqAM19DePfcf/Cd+EL/AEc3
t3p0WoxG3mntW2zCNuHCN/CSuRuHlzkYIBq54f0Gz8K6FZaZp1vFZ
2GnQJbW0EYwkMaKFVQPAAUqlqfOZLRpLXW9k0/v8A6t10TSnz
W0vfp5J/wBbLfpU8APbP4E0U2SzlZmwgMCzQtdII/LXaGRsMhxjK
sMg8GteiiqnLmk5dzOEVCkiugUUUVJQUUUUAFFFFABRRRQAUU
UUAFNliWeJkVdHBVIYZDA9QRRRQARolkCqAqqMAAYAF0ooo
AKKKKACiiiGooooAKKKKACiiiGD//2Q==',
width: 150,
alignment: 'left',
},
{
text:
`\r\nNúmero de termos = +(n+1)
+`\r\n'+imp
},

{
text:
`\r\nSomatório dos termos = cos(x) aproximado = P(x) = '+m, bold: true
},

{
text:
`\r\nErro = 'erro.toPrecision(1)
+`\r\n\r\n\r\nREFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS'
+`\r\n\r\nQUADROS, Régis S. de; BORTOLI, Álvaro L. de. Fundamentos
de Cálculo Numérico para Engenheiros. Porto Alegre, 2009. Disponível
em <
http://www.inf.ufrgs.br/~riflupchinski/files/20112/NUMERICO/numerico
-bortoli.pdf >. Acesso em outubro de 2014.'
},
]
}
pdfMake.createPdf(docDefinition).open(); //ABRE NUMA OUTRA
ABA//
}

```

# Código para a resolução de Sistemas lineares via Gauss

## Arquivo.html

```
<!DOCTYPE html>
<html>
<meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=utf-8" />
<title>Sistema Linear por Eliminação de Gauss</title>
<script src='../Comuns/pdfmake.min.js'></script>
<script src='../Comuns/vfs_fonts.js'></script>
<script src='funcoes-sistemagauss.js'></script>
<p align="center"><img src='../Comuns/IFSP-VTP.jpg'></p><!--
IMAGEM CABEÇALHO -->
<a href="http://vtp.ifsp.edu.br/nev/"><H3 align="center">VOLTAR
À PÁGINA PRINCIPAL DO NEV</H3></a>
<center>
<TABLE BORDER=4 CELLPADDING=10>
<TR><TH> Título </TH><TH> Data </TH><TH> Autor
</TH><TH> Orientador </TH><TH> Tipo </TH><TH> Curso
</TH></TR>
<TR><TD width="250">SISTEMAS LINEARES POR
ELIMINAÇÃO DE GAUSS</TD><TD width="50"> 00/00/2015
</TD><TD width="150"><a
href="http://lattes.cnpq.br/7045466164571787" target="_blank">
Isabela Cassia Dominical Parra </a></TD><TD width="150"><a
href="http://lattes.cnpq.br/1264758453590854" target="_blank">
Prof. Gustavo Cabrelli Nirschl </a></TD><TD width="150">
Iniciação Científica Voluntária </TD><TD width="150"> Engenharia
Civil </TD></TR>
</TABLE>
</center>
<blockquote><blockquote><!-- 2 tabs -->
<body>
SISTEMA LINEAR POR ELIMINAÇÃO DE GAUSS
<br><br>
Abaixo segue um exemplo de como o sistema linear deverá ser
montado na matriz
<TABLE BORDER=0 CELLPADDING=10>
<TD></TD><TH>Equivale a
</TH><TD></TD><!--Imagem exemplo-->
</TABLE>
<br><br>
Ordem do sistema (n):
<input type="number" id="ordem" value="2"><button
onclick="gerar()">GERAR</button>
<br><br>
</form>
OU
<input type="file" id="fileToLoad"></td><td>
<button onclick="loadFileAsText()">LER</button> *****
<button onclick="exemplotxt('dadosexemplo.txt')">EXEMPLO de
TXT</button>
<br><br>
```

```
<ins id="tabela"></ins><!-- TABELA IMPRESSA, DE ACORDO
COM A FUNÇÃO gerar() no arquivo .js -->
<br>
<ins id="matrizprov"></ins>
<br><br>
<ins id="resultado"></ins><!-- IMPRESSÃO DOS RESULTADOS,
DE ACORDO COM A FUNÇÃO calcular() no arquivo .js -->
</blockquote></blockquote>
</body>
</html>
```

## Arquivo funcoes-sistemagauss.js

```
function gerar(){
    n=document.getElementById("ordem").value; //lê n
    n=Number(n); //para definir que n é número, não texto
    col=n+1; //número de colunas, porque a última coluna são os
valores após a igualdade
    //abaixo, html dentro do javascript, para criar a tabela
dinamicamente (nxn)
    html="";
    html+="

||
||
||


```





v/hG4VvvE+i3lidHPIWfuiieP90MAkc5UcGuf8L6roNp+zjCW+rz2paSO  
5W03dgXaQs2zC9c5wc9sZr1XTfh54S0e8F3YaFa29wFZA67s7WBVhy  
e4JH41Wg+HvgXRri07XQtOhkVwso80AN7bjivHJJXZueTwxXGjWn  
wivdYJgillV5JrEaswKBIenykfhXS31x/a/x8l0aZL17TQJEaSjtypld20Z  
HGcuten6jp2jeJbCXT7+3tr+2BBA8JMFPPY+x9xUeHeFiD8MxSR6LplvZ  
LLcuY1+ZvqTyfzoTTV0B5p8EdW8P2pGu4tby6tLXV47mU363TqkHP  
BO7kjHH1BqH4j6kdX+J+iaPb6TczbabaSXc9pa7csZBtU5PGANp/4FX  
oeq/D7wIrd+99qOg2c9y5yOpUqWpqcEZ/GtGy8OaPp2qz6naWEMN9cR  
rFLMoO5kUABfphR+VMD55Oo6jcfAPVNDaOdJ9FINYbuE/fSAsTg/R  
8g9uK948L6z4ZudE0YLrRyW8xKsEeichhheRtzn15z3q7beGtGs7/UL2  
DToEuNQL19ufO6/eB4PU9u9cd4a+G9ppXjFWNXk0XT4LR2X7AI2Je  
I4KsVxgKrA9OuSe1AHKfiK7vPEX8aa/baLFXUf22P7JqUYHl2yW/rnmlS  
Dx6112qa7aar8Rfh54i1ZkXSLqWJR5f8AVx3J3bgSeBhtg/Aelewaf4c0fS  
9GI0ex0+CDT5Qwe3Ufk27hs59RYY+DPDh0BdCbR7V9MRiyWLuV  
STkkZ5BYtOoA851u8sbz9oDQbjS4Xa0spH1OeFgVWWMK2N7DjgEfm  
K9IutSj1vwdfXmgXK3JlZhayE4ZwPax/wIVRbwBolr4b1PR9EtYdJG  
oQtDLPAm59pGDyeTxnW7pGl22iaPZ6Zpt7WJYox7AYz9T1P1oA8  
v+CmseG7TwaAlJd2VrqEcOn25Lh1JkLbjgndyRjA/DFZ9/8A8Jq+I56j/h  
G2P/kJa9G1L4d+ENYv3vr/AECzmuXOXk2lSx9TjGT9a0G8L6l19e3p0  
6E3N9b/AGW5k5zLFdYdeemABQB5V8IZNcXRdBB8T6KNL+cf2aU  
X7Tjc3Geuc8/SuSO03n0OxuvHdhGzpt2uXNpqMa/8LSTbkkd9pb9Qe1  
e32Pw28H6ZfQXtnoFrDewOJIpF3ZVh0l5rUs/DGi2Gn3tha6dDHaXru9z  
CBIZwCYyNpQBTA+csnqwq8Gz3SPJoUevStfYBKIN/G4f7u+veNa1bR  
L/AMF6ummX9jMDpVw0aW8qE7PLPIA6DpWraeGNEsNDfRbFTLdd  
MfdutSu5Dnk8HNZ+nfd3wnpMtxJYAhbQPCqBKVz80bfeXrwd7UAE  
MX2oy/8KG8leH7WKWe5i16KERD9+SNJWJA+p2iuk+F+py6d8TPEeh  
z6ZcaTFqCLfW1lcY3IRw2Mccg5+i16Zb+DPD1pLpskGkw12mhhZkZ/c  
7iSec9ySat+HtKuNdt9clsYm1O3QxxXPO5V54/8eP50gPKPiab1fjF4X  
OnajaaddfYpdIzeKDen385B49R+IroZwm97JoQGp6tYardCRg89koEZH  
YYHGQKXXfBnh3xLcxXGs6TBeTRJRS5M5Vc5xwWfWieHtK8N2T2  
ej2MVnbu5kaOPOcXAGefYD8qYHnXhKND8fPgwKLgWOGBjp8qVy  
2kPra/Ebx1/ZHlLSNH9oDzP7QRW8z18bc+nOfqK9wtB0uz1m71e3so  
49Qu1CzzjO6QDGAfyFY198NfB2pX099eaBazXM7mSWRt2WY9T1p  
AcBdXdlY/tA2114kng+zSaUg0651wITjgZKk8DJ34+o9q0jLdafqPgzT/  
ALPpbXUP9tW6S+54YHibIOO+DXe6h4S0HVdL9Mv9JfbiztlCwRom  
fLAGBtPuccVuh8AefBfShpkWiWy2QuBc+T82PNawG65zjigDxLUYr  
jwz4x0HwTdlI1vZ+IlrZTSeDbSNyufZv1zXXfd68sNN+JfjuPXJ4LV  
ZLvfe9yWtdBlj8pPbBQ/ThpXp2p+GtH1i/s77UNPhuLqybfbyuPmjOQe  
PxAvqmgv54nSfWNHtbuZBhZHXY9MjBI9qYHgU/zeBvijeeaaMaJ  
NqMH2QqMIXE3JX2wV/SvQvGWoxX/wADJrPsDQtprxNNtzLDDMrO  
I12eZwDnhc5/GvQZfC+hzaB/YT6Xb/2Vgd7KqbU4H4HuAap6R4C8L6  
De/bNLOW2trjY96A52nqOT3pAeZ+KtW8Kzfs92vtbTWjO1tBhBQlw  
Mizgru+XqCMNn8fWqcTR6V8U/B7+MSqQLoMMdu91xGlwF5zngHP  
GT3I9q9VtVh34Qs9UGpW/h6xjuw29XefCt6hegP0FausaDpXicOFrq2n2  
95CG3KsyBtp9R6H6UAeUteLdc1C+8a+HdSn0i5t7RZ7iKbT1PII+UFs  
84Dc+9c7quoyP8ABfwN4ctoJbmfVJgXt4T88kchJA+pK/IXs+m+AvC2  
kQ3UNholrA13EYJ9oJmKZ6qStnBqe28G+H7O50+4g0qCOXTkMdwz  
+5Ukkgc/7R/OmB5t8J9SlsfiB4oG04yfskuyNRt7O4wGjycMOOocj8q9  
mrMk8P6Vlr8WuvYxHViozElzucYI9OTWnSAyfeOpnStLeZMeafT  
6/5zX189xLcStJLluzxySTnNd347/5BduP+mW/9BNcBXyOd1puvyXORy  
lpPmsGT60ZNFfeLdmJlb3U1rMssMjI6nIINd7L4I8MC+UAXDfu8dg  
3r+XNee1suf8Aiko/+vv/Ankr0MFIqLKM1F9DSEmmVnCXERySyyMzs  
ckk5qPj9TRRXnynKTu2Z3YzNTW91NaTLlBIyOvQg1DRtjOUXdm  
dzljQ9R/tS4rfgByMOPcda0a5rwr/yBX/67H+Qrpq++wdR1KEZS3sds  
XeKYYpKWiukoKrXt0tZy3LglY1LYHerNVdQFu1hOt0dsBQhZ6CoqN  
qd5dwObHiPU4oYr6e0iFjI20BfvD9fy9queKJ7eGzgm2juMbbEsgJHI  
54zz0FZCvcaAlmyt7pMzZX16Z5/A1Y1/ULf8At3ThK5EEQEplGevlKp

zrwXiJKjJTr51GnoN3a/2G94kCQ7dxlCeo/+tWb/AMJJqv2b+0BaQ/Yg+  
3BJ3fz/AKVT0q6jbstct42zHseRD6jBH+FTR4/4V+wPXd/7UplEzICkKj  
K1If7gsdfbTrdWsu8f3ZEDD6EVgy65qMmpXVtZ2sUgt853Hk/rWloOf  
7Cs/+uS/yrma4V1F/Eeprp7Qq5J3GTPTPaufV6ns6bi9X2EjYtES3GhF3  
95W2WDIMeeC3b+dHh7XJtVeYXEapLHhVBAIP1/wA81iarZHRPD6  
WjyBpbibdlQOMAdv0p+IX1r/wlebVYyZognXyAP8A4n9a5friaNWMZ  
v1HY3d1eTUJ79HjVRbyFV2+mSofy/WqMXiW4k0G4vVjJkEoQLzjB  
x/jUfhk/6VrHP/LQ/zasi2/5E69/6+R/JaqWLq8iafLHd2kxubOGcjBkRXI  
9MjNYFzrmoz6hc2+mQROIsDvaTJJ9OR3BrZ0r/kEWn/XFP5Cuf8ADn  
/IV1rPXef/AEJq6cRVm404p2uJG3omqDVRDzYoV1Yq6jfsf8mtOuW8E/  
wdHjdY6edX/3yK6muvB1JVKKLcGFFFDQgooooAKKKKACiiigAoo  
ooAKKKKACiiigAooooAKKKKACiiigAooooA5T3y/ldL8A67D/ANB  
NcBXofjaBpdHR1BljldH8iP6155xudrE30S8QUUUUV45kFbL/8Alpp  
/19n/ANArGroZLKYeC45dhx9o38jth8/5114WLk27Fw6nPUUUUVyEB  
RRRTA9D8E8f8gZ/+uxkK6eud8GwPD0yZxjHLAHO4H9K6KvvcAms  
PBPsd0PhQUUUUV2FBVa+to7uzlt5DhHUGkdverNZXj2j0K5KnBIC8e5  
ArWVdpU5NgYdvos97Atj/asE1n+c+REFV7dfWteDRK1yW/d1aMxh  
l0x93gD+n61BDZwtokd3ayRRXX2ThGYBW4zubufc1Qi1y+EF6DcCU  
xxK6SGLbySAce05901ePBUKVvaLXcrU1P7BxNxdjQCCElo8YHPIA  
P8qvz+EZ1AWxsBfJ9L7sbefy/+vTZT1eL7STdxHyFjc4i67scdenP6VLf  
6rqEc960EylHbCjthT0dwHGfxpOWfkr8rQWZ0lVAttbxwR/cjUKPozK  
7HSWtNXvL0yBhp0UDp35rOvdZvIRqhdR5B8g5VQcbsZ+SPf3418W  
5LSKMusyN04kTUQ3972rreIoScdNthWOp6Yt9q1jK86KsJLeUerYoeB  
+VnvtKW+1O1uraeNwtnxIByeoOOPx/Oma5i31HTLwnAWXymOf7w  
7/rWbZXfYkUitZvik1G5lkmXgdDisa06KqSU4jYy3Pod7b31xLp16k  
K3WS6P1z1OOD6mph4bVdAbTkmw7sHaTHVUO34VmiutQvNENEZ  
UctlpwueR1P4jH0q9a6tdynT9zgiaSRX4HIHSog8Nd3i7BqO9S1e2eFTq  
g8mPA2BOqjt+XFmudBvY7+4uNou0iFyD5isOhPU9DUV1q2ovcWbzT  
I8M7SKUCYI298/56UlnrF+0lVJNKjldKyxhMeWVz379KXNhxH11Cz  
NnrMtMXSbE097k7nb1P+QK0c1zeV/qZ0dbua7gjerKA23JVeckDux44  
+trW6zqFxaWypKqyvDGfnePsB1K9jXXDGUQUVBJ7CsdXmLzXLR6p  
qE1vawizFmkneNpSmQqv+P6Uf2rNpMMz3McTlYuwj3McdAq96r+  
0KfZhy6iirN0K911DSYbibHmNkHHfBl/pW1XbTmqkVJdRBRRRVgFF  
FFABRRRQUAUUUAFfffABRRRQUAUUUAFfffABRRRQBFFAlx  
C8UqB0cEMD3FcXfeBpPNLWU6bCchZM8fiK7miuXE40iif+8RMoK  
W553/AMIPqX/PW3/77b/Cj/hB9S/562//AH23/wATXolFcX9i4XsR7GJx  
Gn+B3EqvTKUBzsjz+Jrr2tlWtdamNfJK7dmOMVYorsoYKjQj4wW5  
cYKOxw994GkmpaznTYTwsnb8QKp/8ACD6l/wA9b8A76P/AMTXol  
Fcnsnw0nexpRPO/8AhB9S/wCetv8A99H/AAq9YeB2WVXvp1KjnZhn  
n8TXbUU4ZPhoyvYFSiiOKNYIjjiUkijCgDgCpKKK9NJjWRoFFFFM  
AqveWqXlpjyZ2OMHHWrfFTKKrMDCi8OACTz7uWZmh8hCRjYv  
8AWmp4aJlR7uRzJClRwArj+Qrfom+p0ew7mPnoUcwuh5rDzORO  
nTb/APqhqLos19q18jyTRWzCicLxIAPX2Irp6KUsFSlbQLmFeeHEurie  
QXUka7N8YAwSuMfpUk2hLNL01zYhKs3k4GN46EHqK2aK6rP  
vewrlHVNOTU7JrZ2KZIIYdiKqSaChtL0Kc4eGS1BCSAAAnrx71s0V  
U8PTm25ILmMugRRR2SxTSK1oxYNwd277350yDw+Le5im+1SMkLs  
0cZAwA3atyioeDovo05zWi6LLtguLI5VMTPhYYxnjNWbXw6lKpNz  
K8cassSED5A3XnV1NblFTHA0YpJq4XMeXQlk022tVndGt3EiSAZ5Ge  
3402Dw/HCl/37uUuDPkgZJl6GtqireEpN3aC5zlpS2dtCUF27L00ge3U  
My7vb06UzT9DIm02zaR5bWaf3ZEAWAbrnPfdNRWX1Ck58z+4LIP  
TLBdMsUtUcFJJGOpz/AFq5RRXZCKglFbCCiiigAKKKKACiiigAoo  
ooAKKKKACiiigAooooAKKKKACiiigA9k=',  
width: 150, //sem a altura ela fica automaticamente proporcional  
alignment: 'left',  
},  
{  
text:



```

8Yi1Y3rg9CffTM9eHekJNGgHh9Psx6AKxmghNdtXdnRs6vb9nzOzX5
wJNOhH4/fsz5076dc6Te8njdpje9debb52RxqRyH1146wtby37j/LzCZ6A9
q+o/G7zI15x6qVnpGPv7k+czX++4DWcHD4lr28dvrYyRL55PL12b/Few
5pWtdwetV+k1qKG0lOf093qC1np6Ys9OyVnu0dqpYVTklYpSxrtab6K
OWGytvDqfdq9dcJvZmhYZzxZHpoIxyjgflWn/d9Jv4cnUGHVmSXSz
6kCNw5msXh6Ryrhz9NP3c+g63fib3RqLXGs9a/7YhpPDx8y13T9UsD
dV+wkiCROKDP+bczdXp91/Taa5BrfZI8SdQIVMkRs3VbPJybPAvfd0nT
3S06ixGN3KkZNOIZlyauV+S1z4fvNDXHf5NR2sjj9EK/Zr5hYme5gZ/e
DSj7E/P6sB6LvDpdIqVbzO0cxi1M3Nkk07YooypWRTIaV7XnR61mq
PFH8CVTKlYtIXCN+/fXQuQ9jibGvoqFGb8doLh0Pt+ib0LmPYonx/4
mGXttZjJr57Hf9QZ8e/ODqokLd1hszlXkN+32B0NmPYI+MO0czYhQx+
v15Fz6+vin3UbnLRb3XYtRp8EDf1GNna+tfll+TeNmzArf4MAK7hitac
6C+s5PrTiXC1sv6r0fo77O2B06HUsv6hGjL499U6TeEIrdyC4u3p+O9xz
e0UV9fimTfYodvg0X3d8Jpm8OafELzfdRxmUGw2u/TP+9dHetp828e
o8wFW04/0jV2zm3Y0om5ZfOguG7Cs+nDpldRgu9ZwMnZjfmnxp+vxP
7TV3UW9punteYmZeww/mP70bb8W6Pk2ax+oiNGXbC07ORck+3+aO
yNvHdpBjDphxKkykTg/P9l/hNpt6oyEDm0fo8414hLqTYtmQ3fZgGXVh
0vtz17cjWrq/G3oUGOdxWjL0wN9x/zu8drc+cEk3fCEGH351nNLP6W
SP6bnnuXN3PJDuinD/mfrfbps096wb3DepNCIXjO3dPdmMpmes/q0+h
B7Lu/XuWGb4X+noBz7HuyNPz2wNjYGLHthuLSZW7ybspZ33sgXcsu
PRDfr1r+Llrd017p4r+24JsKsffcXta8MZ92T2d6oXZ7pPgTqMqpeqMA
AFVA8SdQIUOMAgBIUfwJVOV2EaM7RG8GAKhhFFi7RG/mEKMA
UI8osHaJ3swhRgGgHlFg7RK9mUOMAKA9osDaJXozhxgFgHpegbVL9
GYOqQcAsCeIUQCAPUGMAGDsCWIUAGBPEKMAAHvw4sX/A5Dh
IQLKz7SeAAAAEIFTKSuQMCC',
width:200,
alignment:'left',
},
{
text:
'\r\nOrdem da Matriz =' + n,
bold:true
},
{
text:
'\r\nMatriz Completa:'
+ '\r\n'
+ '\r\n',
bold:true
},
},
},
}

p=0; //número do passo, ou da iteração
p=Number(p);
//ler os termos aij
a=[]; //criar o vetor
col=n+1;
b=[]; //criar o vetor
for(i=1;i<=n;i++){ //linhas
//*****
****
docDefinition.content.push(
{style: 'tableExample', table: {widths: [], body: [[]]}}); //cria a linha i em
branco
for (t=1;t<=(n+1);t++){
docDefinition.content[(docDefinition.content.length)-
1].table.widths.push(

```

```

50 //espessura de cada coluna (são n+1 colunas) na linha i
);
}
//*****
****
for(j=1;j<=n;j++){ //colunas
ntermo=i+', '+j;

a[i+', '+j+', '+p]=document.getElementById(""+ntermo+"").val
ue;

//*****
****
afix=Number(a[i+', '+j+', '+p]).toFixed(4);
docDefinition.content[(docDefinition.content.length)-
1].table.body[0].push(
afix //adiciona cada valor a da linha i
);
//*****
****
}

ntermo=i+', '+col;

b[i+', '+p]=document.getElementById(""+ntermo+"").value;
//*****
****
bfix=Number(b[i+', '+p]).toFixed(4);
docDefinition.content[(docDefinition.content.length)-
1].table.body[0].push(
{ text: bfix, italics: true, bold: true, color: 'blue' } //adiciona o valor b da
linha i, itálico, negrito e azul
);
//*****
*
}

sistemagauss(n,b,a); //chama a função que calcula o sistema
por eliminação de gauss
//imprimir os resultados xi
res="";

for (i=1;i<=n;i++){
res=res+'\r\nx'+i+'\r\n='+x[i].toFixed(4)+'<br>'
}
res1=res+'<br><br><button
onclick="fpdf()"> Gerar Relatório </button>'
document.getElementById('resultado').innerHTML = res1;
}

function sistemagauss(n,b,a){ //AQUI ENTRA O ALGORITMO
DOS ALUNOS
//*****
****
docDefinition.content.push(
{
text:
'\r\nPara resolução do sistema linear via Gauss, modifica-se a matriz
completa de tal forma que esta forme um sistema triangular superior (toda
zerada à esquerda da diagonal principal).
+ '\r\nÉ usado neste software a técnica do pivotamento parcial, que consiste
em trocar linhas (ou colunas) de forma a ter sempre o pivô não-nulo.

```

```

Segundo o seguinte esquema de escolha do pivô:
+\\r\\n1º Pivô = elemento de maior valor absoluto na coluna 1;
+\\r\\n2º Pivô = elemento de maior valor absoluto na coluna 2;
+\\r\\nE assim sucessivamente.
},
{
text:
\\r\\nAbaixo segue a resolução:
bold:true
}
);
//*****
//entra n, b e a (sistema qualquer). Sai x pela rotina sistemasuperior.
    for (k=1;k<=n-1;k++){ //para cada linha
        w=Math.abs(a[k+','k+',+p]); //w é o pivô
        r=k; //r é o nº da linha que está o pivô
        for (j=k;j<=n;j++){ //para cada linha
            if (Math.abs(a[j+','k+',+p])>w) {
//encontra o maior pivô em módulo
                w=Math.abs(a[j+','k+',+p]);
                r=j;
            }
        }
//*****
docDefinition.content.push(
{
text:
\\r\\nO Pivô, em valor absoluto, é '+w.toFixed(4)
+\\r\\n'
+\\r\\n'
}
);
//*****
    if (w==0) {
        alert('Erro: Todos os pivôs são nulos. ');
        pdfMake.createPdf(docDefinition).open();
        return; //pára o programa
    }
else { //troca linha k pela linha r (a linha r é a linha com o maior pivô)
//montar a matriz do passo p+1 inicialmente igual à do passo p
        p=p+1;
        u=p-1;
        for (ip=1;ip<=n;ip++){
            for (jp=1;jp<=n;jp++){
                a[ip+',+jp+',+p]=a[ip+',+jp+',+u];
            }
        }
        for (ip=1;ip<=n;ip++){
            b[ip+',+p]=b[ip+',+u];
        }
//troca linha k pela linha r (a linha r é a linha com o maior pivô)
        for(c=1;c<=n;c++){ //coluna 1 a n+1
            a[k+',+c+',+p]=a[r+',+c+',+u];
            a[r+',+c+',+p]=a[k+',+c+',+u];
        }
        b[k+',+p]=b[r+',+u];
}

```

```

        b[r+',+p]=b[k+',+u];
    }
}
//mostramatriz(n,n,a); //imprime na tela a matriz a
//mostravetor(n,b); //imprime na tela o vetor b
//return;
//montar a matriz do passo p+1 inicialmente igual à do passo
p
        p=p+1;
        u=p-1;
        for (ip=1;ip<=n;ip++){
//*****
docDefinition.content.push(
{style: 'tableExample', table: { widths: [], body: [[]] }}); //cria a linha i em
branco
for (t=1;t<=(n+1);t++){
docDefinition.content[(docDefinition.content.length)-
1].table.widths.push(
50 //espessura de cada coluna (são n+1 colunas) na linha i
);
}
//*****
        for (jp=1;jp<=n;jp++){
            a[ip+',+jp+',+p]=a[ip+',+jp+',+u];
//*****
afix=Number(a[ip+',+jp+',+p]).toFixed(4);
docDefinition.content[(docDefinition.content.length)-
1].table.body[0].push(
afix
);
//*****
        }
        b[ip+',+p]=b[ip+',+u];
//*****
bfix=Number(b[ip+',+p]).toFixed(4);
docDefinition.content[(docDefinition.content.length)-
1].table.body[0].push(
{ text: bfix, italics: true, bold: true, color: 'blue' } //adiciona o valor b da
linha i, itálico, negrito e azul
);
//*****
        }
for (i=k+1;i<=n;i++){ //para cada linha, menos a anterior (zera a primeira
coluna e calcula os outros termos)
m=[]; //criar o vetor
m[i+',+k']=a[i+',+k+',+p]/a[k+',+k+',+p];
afix=Number(a[i+',+k+',+p]).toFixed(4);
afix1=Number(a[k+',+k+',+p]).toFixed(4);
//*****
docDefinition.content.push(
{
text:
\\r\\nm['i+',+k'] = a['i+',+k'] / a['k+',+k'] = '+afix+' / '+afix1+' = '+ (m[i
+',+k']).toFixed(4)
}
);
//*****
}

```



```

for (j=1;j<=k;j++){ //para cada coluna, a partir da k
a[i+',',+j+',',+p]=a[i+',',+j+',',+p]-m[i+',',+k]*a[k+',',+j+',',+p];
afix=Number(a[i+',',+j+',',+p]).toFixed(4);
afix1=Number(a[i+',',+j+',',+u]).toFixed(4);
//*****
docDefinition.content.push(
{
text:
'a\['+i+',',+j+')=a\['+i+',',+j+')-m\['+i+',',+k+')*a\['+k+',',+j+')='+afix1+'-
(+m[i+',',+k].toFixed(4))+)*('+afix+')='+(a[i+',',+j+',',+p].toFixed(4))
}
);
//*****
}
a[i+',',+k+',',+p]=0; //a primeira coluna é zero
for (j=k+1;j<=n;j++){ //para cada coluna, a partir da k
a[i+',',+j+',',+p]=a[i+',',+j+',',+p]-m[i+',',+k]*a[k+',',+j+',',+p];
afix=Number(a[i+',',+j+',',+p]).toFixed(4);
afix1=Number(a[i+',',+j+',',+u]).toFixed(4);
//*****
docDefinition.content.push(
{
text:
'a\['+i+',',+j+')=a\['+i+',',+j+')-m\['+i+',',+k+')*a\['+k+',',+j+')='+afix1+'-
(+m[i+',',+k].toFixed(4))+)*('+afix+')='+(a[i+',',+j+',',+p].toFixed(4))
}
);
//*****
}
b[i+',',+p]=b[i+',',+p]-m[i+',',+k]*b[k+',',+p];
bfix=Number(b[i+',',+p]).toFixed(4);
bfix1=Number(b[i+',',+u]).toFixed(4);
//*****
docDefinition.content.push(
{
text:
'b\['+i+')=b\['+i+')-m\['+i+',',+k+')*b\['+k+')='+bfix1+'-
(+m[i+',',+k].toFixed(4))+)*('+bfix+')='+(b[i+',',+p].toFixed(4))
+\r\n'
+\r\n'
}
);
//*****
}
}
//mostramatrizc(n,a,b); //imprime na tela a matriz completa a|b
//return;
//mostramatriz(n,n,a); //imprime na tela a matriz a
//return;
}
//mostramatriz(n,n,a); //imprime na tela a matriz a
//return;
mostramatrizc(n,a,b); //imprime na tela a matriz completa a|b
sistemasuperior(n,b,a); //chama a função que calcula o sistema por
eliminação de gauss
}
function mostramatrizc(n,a,b){ //mostra uma matriz completa a||b| de

```

```

ordem n
//*****
docDefinition.content.push(
{
text:
\r\nMatriz Triangular Equivalente:
+\r\n'
+\r\n',
bold:true
}
);
//*****
html="";
html+="




```

```

//*****
    }
    b=[];
    b[i+','+p]=document.getElementById(""+'mprov'+i+','+p+"").
value;
//*****
bfix=Number(b[i+','+p]).toFixed(4);
docDefinition.content[(docDefinition.content.length)-
1].table.body[0].push(
{ text: bfix, italics: true, bold: true, color: 'blue' } //adiciona o valor b da
linha i, itálico, negrito e azul
);
//*****
}
}

function sistemasuperior(n,b,a){
//entra n, b e a (sistema triangular superior). Sai x.
    x=[]; //criar o vetor
    x[n]=b[n+','+p]/a[n+','+n+','+p];
    afix=Number(a[n+','+n+','+p]).toFixed(4);
    bfix=Number(b[n+','+p]).toFixed(4);
//*****
docDefinition.content.push(
{
text:
'\r\nCom o triângulo superior formado pode se encontrar os valores de x:'
},
{
text:
'\r\nx'+n+'=(b\['+n+']/a\['+n+','+n+'])'+bfix+'+'+afix+''+(x[n].toFixed(4))
,
bold:true
}
);
//*****
for (i=n-1;i>=1;i--){
//*****
docDefinition.content.push(
{
text:
'soma=0'
}
);
//*****
        soma=0
        for (j=i+1;j<=n;j++){
            somal=soma
            soma=soma+a[i+','+j+','+p]*x[j];
        }
        afix=Number(a[i+','+j+','+p]).toFixed(4);
//*****
docDefinition.content.push(
{
text:
'soma=soma+a\['+i+','+j+','+p']*x\['+j+','+j+','+p']=''+somal.toFixed(4)+'+'+afix+'*'+x[j].t
oFixed(4)+''+soma.toFixed(4)
}
)
}

```

```

);
//*****
    }

x[i]=(b[i+','+p]-soma)/a[i+','+i+','+p]; //sai x[i], o vetor solução
bfix=Number(b[i+','+p]).toFixed(4);

//*****
docDefinition.content.push(
{
text:
'x'+i+'=(b\['+i+','+p]-soma)/a\['+i+','+i+','+p']=''+bfix+'+'
+'(soma.toFixed(4))'+afix+''+(x[i].toFixed(4)),
bold:true
}
);
//*****
}
//*****
docDefinition.content.push(
{
text:
'\r\n\r\n\r\nREFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS'
+'\r\n\r\nQUADROS, Régis S. de; BORTOLI, Álvaro L. de. Fundamentos
de Cálculo Numérico para Engenheiros. Porto Alegre, 2009. Disponível
em <
http://www.inf.ufrgs.br/~rflflupchinski/files/20112/NUMERICO/numerico-bortoli.pdf >. Acesso em outubro de 2014.'
}
);
//*****
}

function fpdf() { //VER ESTE SITE PARA ESTILOS DO PDF -
https://github.com/bpampuch/pdfmake
calcular();
//COLOCAR AQUI TODAS AS FUNÇÕES QUE TÊM COISAS A
IMPRIMIR OU VARIÁVEIS NECESSÁRIAS PARA AS IMPRESSÕES
pdfMake.createPdf(docDefinition).open();
}

```